

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Тольяттинский государственный университет»

**Программа
общеобразовательного вступительного испытания
проводимого ТГУ самостоятельно**

Математика

Тольятти, 2024

1. Общие положения

- 1.1. Вступительное испытание по математике проводится в форме автоматизированного тестирования.
- 1.2. Время прохождения вступительного испытания – 90 минут.
- 1.3. Результат вступительного испытания оценивается по стобалльной шкале.

2. Содержание вступительного испытания

2.1. Арифметика, алгебра и начала математического анализа

Арифметика

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Разложение чисел на простые множители. Деление с остатком. Степень числа с натуральным показателем. Делители и кратные натурального числа. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, на 3, на 5, на 9, на 10.

Целые числа (Z). Координатная прямая.

Рациональные числа (Q). Сравнение рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Свойства сложения и умножения рациональных чисел. Координатная плоскость. Противоположные числа. Модуль числа.

Обыкновенные дроби. Основное свойство дроби. Нахождение дроби от числа. Нахождение числа по значению его дроби. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа. Сравнение обыкновенных дробей и смешанных чисел. Арифметические действия с обыкновенными дробями и смешанными числами. Десятичные дроби. Сравнение и округление десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Прикидки результатов вычислений. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной. Бесконечные периодические десятичные дроби. Десятичное приближение обыкновенной дроби. Отношение. Процентное отношение двух чисел. Деление числа в данном отношении. Пропорция. Основное свойство пропорции. Прямая и обратная пропорциональные зависимости. Проценты. Нахождение процентов от числа. Нахождение числа по его процентам.

Алгебра

Числовые и буквенные выражения. Значение числового выражения. Порядок действий в числовых выражениях. Буквенные выражения. Раскрытие скобок. Подобные слагаемые, приведение подобных слагаемых.

Выражение с переменными. Значение выражения с переменными. Допустимые значения переменных. Тождество. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Доказательство тождеств.

Степень с натуральным показателем и её свойства. Одночлены. Одночлен стандартного вида. Степень одночлена. Многочлены. Многочлен стандартного вида. Степень многочлена. Сложение, вычитание и умножение многочленов. Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности двух выражений, произведение разности и суммы двух выражений. Разложение многочлена на множители. Вынесение общего множителя за скобки. Метод группировки. Разность квадратов двух выражений. Сумма и разность кубов двух выражений. Квадратный трёхчлен. Корень квадратного трёхчлена. Свойства квадратного трёхчлена. Разложение квадратного трёхчлена на множители.

Рациональные выражения. Целые выражения. Дробные выражения. Рациональная дробь. Основное свойство рациональной дроби. Сложение, вычитание, умножение и деление рациональных дробей. Возведение рациональной дроби в степень. Тождественные преобразования рациональных выражений. Степень с целым показателем и её свойства.

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень и его свойства. Тождественные преобразования выражений, содержащих квадратные корни.

Уравнения. Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Равносильные уравнения. Свойства уравнений с одной переменной. Уравнение как математическая модель реальной ситуации. Линейные уравнения. Квадратные уравнение. Формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Рациональные уравнения. Решение рациональных уравнений, сводящихся к линейным или к квадратным уравнениям. Уравнение с двумя переменными. График уравнения с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными и его график.

Системы уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений методом подстановки и сложения. Система двух уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

Неравенства. Числовые неравенства и их свойства. Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения. Неравенство с одной переменной. Равносильные неравенства. Числовые промежутки. Линейные и квадратные неравенства с одной переменной. Системы неравенств с одной переменной.

Функции. Числовые функции. Функциональные зависимости между величинами. Понятие функции. Функция как математическая модель реального процесса. Область определения и область значения функции. Способы задания функции. График функции. Построение графиков функций с помощью преобразований фигур. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Промежутки возрастания и убывания функции.

Линейная функция, обратная пропорциональность, квадратичная функция, функция $y = \sqrt{x}$, их свойства и графики.

Числовые последовательности. Понятие числовой последовательности. Конечные и бесконечные последовательности. Способы задания последова-

тельности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Свойства членов арифметической и геометрической прогрессий. Формулы общего члена арифметической и геометрической прогрессий. Формулы суммы n -первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Сумма бесконечной геометрической прогрессии, у которой $|q| < 1$. Представление бесконечной периодической десятичной дроби в виде обыкновенной дроби.

Алгебра и начала математического анализа

Действительные числа (\mathbb{R}), изображение чисел на прямой. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Арифметический корень натуральной степени. Степень с рациональным и действительным показателями.

Степенная функция, её свойства и график. Взаимно обратные функции. Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения. Иррациональные неравенства.

Показательная функция, её свойства и график. Показательные уравнения. Показательные неравенства. Системы показательных уравнений и неравенств.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e . Свойства логарифмов. Логарифмическая функция, её свойства и график. Логарифмические уравнения. Логарифмические неравенства.

Тригонометрические формулы. Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла. Тригонометрические тождества. Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$. Формулы сложения. Синус, косинус и тангенс двойного угла. Синус, косинус и тангенс половинного угла. Формулы приведения. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов.

Тригонометрические уравнения. Уравнения $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$. Решение тригонометрических уравнений. Примеры решения простейших тригонометрических неравенств.

Тригонометрические функции. Область определения и множество значений тригонометрических функций. Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций. Тригонометрические функции числового аргумента: синус, косинус и тангенс. Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции.

Определение производной. Производная степенной функции. Правила дифференцирования. Производные некоторых элементарных функций. Геометрический смысл производной. Применение производной к исследованию функций. Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Производная

второго порядка, выпуклость и точки перегиба. Построение графиков функций.

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции. Интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

Элементы статистики, вероятности. Комбинаторные задачи. Представление данных в виде таблиц, круговых и столбчатых диаграмм, графиков. Среднее арифметическое. Среднее значение величины. Случайное событие. Достоверное и невозможное события. Вероятность случайного события.

2.2. Геометрия. Планиметрия. Стереометрия

Планиметрия

Геометрические фигуры. Измерения геометрических величин. Точка, прямая. Отрезок, луч. Угол. Виды углов. Смежные и вертикальные углы. Биссектриса угла. Длина отрезка, ломаной. Пересекающиеся и параллельные прямые. Перпендикулярные прямые. Признаки параллельности прямых. Свойства параллельных прямых. Перпендикуляр и наклонная к прямой.

Многоугольники. Треугольники. Виды треугольников. Медиана, биссектриса, высота, средняя линия треугольника. Признаки равенства треугольников. Свойства и признаки равнобедренного треугольника. Серединный перпендикуляр отрезка. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Неравенство треугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Теорема Пифагора. Периметр многоугольника.

Подобные треугольники. Признаки подобия треугольников. Точки пересечения медиан, биссектрис, высот треугольника, серединных перпендикуляров сторон треугольника. Свойство биссектрисы треугольника. Теорема Фалеса. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0 до 180° . Формулы, связывающие синус, косинус, тангенс, котангенс одного и того же угла. Решение треугольников. Теорема синусов и теорема косинусов.

Четырёхугольники. Параллелограмм. Свойства и признаки параллелограмма. Прямоугольник, ромб, квадрат, их свойства и признаки. Трапеция. Средняя линия трапеции и её свойства.

Многоугольники. Выпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники.

Окружность и круг. Элементы окружности и круга (центр, радиус, диаметр, хорда, касательная). Центральные и вписанные углы. Касательная к окружности и её свойства. Взаимное расположение прямой и окружности. Описанная и вписанная окружности треугольника. Вписанные и описанные четырёхугольники, их свойства и признаки. Вписанные и описанные многоугольники.

Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Расстояние между

двумя точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Периметр многоугольника. Длина окружности. Длина дуги окружности. Градусная мера угла. Величина вписанного угла.

Понятия площади многоугольника. Равновеликие фигуры. Нахождение площади квадрата, прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции.

Понятие площади круга. Площадь сектора. Отношение площадей подобных фигур.

Декартовы координаты на плоскости. Формула расстояния между двумя точками. Координаты середины отрезка. Уравнение фигуры. Уравнения окружности и прямой. Угловой коэффициент прямой.

Векторы. Понятие вектора. Модуль (длина) вектора. Равные векторы. Коллинеарные векторы. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Скалярное произведение векторов. Косинус угла между двумя векторами.

Геометрические преобразования. Понятие о преобразовании фигуры. Движение фигуры. Виды движения фигуры: параллельный перенос, осевая симметрия, центральная симметрия, поворот. Равные фигуры. Гомотетия. Подобие фигур.

Стереометрия

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве.

Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Многогранные углы. Выпуклые многогранники.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Сечения многогранников. Построение сечений.

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.

Шар и сфера, их сечения. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.

Объемы тел и площади их поверхностей. Отношение объемов подобных тел. Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

3. Рекомендуемая литература

1. Геометрия и алгебра: учебное пособие / Г.П. Размыслович, А.В. Филиппов, В.М. Ширяев. — Минск :Вышэйшая школа, 2018. 382 с. ЭБС «Лань»

2. Математика. Сборник задач для девятиклассников :учебно-методическое пособие / Н.Д. Золотарёва, Н.Л. Семендяева, М.В. Федотов ; под редакцией М. В. Федотова. — Москва : Лаборатория знаний, 2018. 293 с. ЭБС «Лань».

3. Тренажер по математике для подготовки к централизованному тестированию и экзамену / В. В. Верременюк. — 3-е изд. — Минск :Тетралит, 2019. 176 с. ЭБС «IPRbooks»

4. Элементарная математика : учебное пособие : в 4 частях / Г.Г. Ельчанинова, Р.А. Мельников. — 2-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2019. Часть 4. 2019. 101 с. ЭБС «Лань»

5. Потоскуев Е. В. Геометрия [Текст] : 10 кл. : учеб. для кл. с углубл. и профильным изучением математики / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич ; под науч. ред. А. Р. Рязановского. - Москва : Дрофа, 2003. - 223 с. : ил. - Прил.: с. 195-216. - Предм. указ.: с. 218-220. - ISBN 5-7107-5502-8 : 34-50.

6. Потоскуев Е. В. Геометрия [Текст] : 10 кл. : задачник для кл. с углубл. и профильным изучением математики / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич ; под науч. ред. А. Р. Рязановского. - Москва : Дрофа, 2003. - 250 с. : ил. - Прил.: с. 205-224. - ISBN 5-7107-5597-4 : 35-95.

7. Потоскуев Е. В. Геометрия [Текст] : 11 кл. : учеб. для кл. с углубл. и профильным изучением математики / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич ; под науч. ред. А. Р. Рязановского. - Москва : Дрофа, 2003. - 368 с. : ил. - Прил.: с. 341-360. - Предм. указ.: с. 361-364. - ISBN 5-7107-6916-9 : 41-32.

8. Потоскуев Е. В. Геометрия [Текст] : 11 кл. : задачник для кл. с углубл. и профильным изучением математики / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич ; под науч. ред. А. Р. Рязановского. - Москва : Дрофа, 2003. - 235 с. : ил. - Прил.: с. 218-233. - ISBN 5-7107-6988-6 : 33-15.

9. Жафяров А. Ж. Профильное обучение математике старшеклассников [Электронный ресурс] : учеб.-дидакт. комплекс / А. Ж. Жафяров. - Новосибирск : Сибир. унив. изд-во, 2017. - 467 с. - ISBN 978-5-379-02031-6. Электронно-библиотечная система "IPRbooks"

10. Жафяров А. Ж. Элективные курсы по геометрии для профильной школы [Электронный ресурс] : учеб.-дидакт. комплекс / А. Ж. Жафяров. - Новосибирск : Сибир. унив. изд-во, 2017. - 509 с. - ISBN 978-5-379-02030-9. Электронно-библиотечная система "IPRbooks"

Разработчики программы:

Зав.кафедрой, профессор, д.п.н.

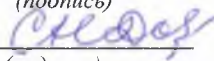
(должность, ученое звание, степень)

Профессор, профессор, д.п.н., к.ф.-м. н.

(должность, ученое звание, степень)



(подпись)



(подпись)

Р.А. Утеева

(И.О. Фамилия)

С.Н. Дорофеев

(И.О. Фамилия)

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ

При приеме на обучение по **программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры** результаты каждого вступительного испытания, проводимого ТГУ, оцениваются по **100-балльной шкале**.

$$\text{Результат в баллах} = \frac{\text{Количество верных ответов}}{\text{Количество заданий в тестовой дорожке}} \times 100,$$

где:

Результат в баллах – результат вступительного испытания поступающего (по **100-балльной шкале**).

Количество верных ответов – количество верных ответов, данных поступающим, при выполнении заданий в тестовой дорожке.

Количество заданий в тестовой дорожке – количество заданий, которые необходимо выполнить поступающему во время вступительного испытания, в соответствии с программой вступительного испытания.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания.